Uitwerkingen wizPROF 2023

1. B Voor het andere gat moet je 4 vooruit of terug kijken vanaf 10 op de klok.

2. D Aan het begin rende Meike en ging toen sneller dan aan het einde toen ze liep. De bus reed natuurlijk sneller dan Meike rende en stopte onderweg met Meike erin ook nog een keer.

3. A Het product van twee oneven getallen is oneven, dus $mn + 2$ ook.

4. D De omtrek van het grijze gebied is gelijk aan 30 keer de zijde van een vierkantje. De zijde van een vierkantje is daarom $\frac{240}{30} = 8$. De lengte en de breedte van de rechthoek zijn dan $6 \cdot 8 = 48$ en $5 \cdot 8 = 40$, zodat de oppervlakte van de rechthoek gelijk is aan $48 \cdot 40 = 1920$.

5. D De som van de hoogten van de twee grijze trapezia is $10 - 4 = 6$ cm. Daarom is de oppervlakte van het grijze gebied $\frac{1}{2} \cdot (10 + 4) \cdot 6 = 42\%$ van de oppervlakte van de hele figuur ($10 \cdot 10 = 100$).

6. C $2023 = 2100 - 77 = 300 \cdot 7 - 11 \cdot 7 = 289 \cdot 7$, dus ook een donderdag.

7. D De vier oudste leden van het gezin zijn nu samen $80 - 6 = 74$ jaar. Zeven jaar geleden waren ze daarom samen $74 - 4 \cdot 7 = 46$ jaar. Het jongste kind was zeven jaar geleden nog niet geboren.

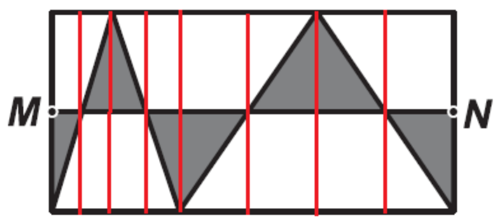
8. B Na de eerste verticale plank bestaat elk deel van de schutting uit 5 planken: 4 horizontale en daarna 1 verticale aan het eind. Het aantal planken van de schutting is dus 1 meer dan een vijfvoud.

9. E Als $\frac{a}{5} = \frac{7}{b}$, dan moet $a \cdot b = 5 \cdot 7 = 35$. Er zijn dan 4 mogelijke combinaties: $a = 1$ en $b = 35$; $a = 5$ en $b = 7$; $a = 7$ en $b = 5$; $a = 35$ en $b = 1$.

10. E Olivier heeft nu $0{,}49 \cdot 200 = 98$ spelletjes gewonnen en er $200 - 98 = 102$ verloren. Hij moet er dus nog 4 winnen (en geen verliezen) om evenveel winst- als verliespartijen te hebben.

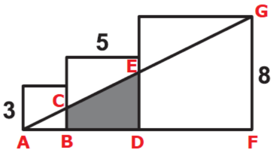
11. D Noure gebruikt nu nog $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$ deel van het water en bespaart daarmee $1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$ deel.

12. C Zie het plaatje hiernaast: de rechthoek kan worden opgedeeld in kleinere rechthoeken waarvan telkens $\frac{1}{4}$ deel grijs is.



13. C Stel x is de lengte van het eerste stuk. De lengte van het tweede, respectievelijk derde stuk is dan $1\frac{1}{2}x$, resp. $1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{2}x = 2\frac{1}{4}x$. Hieruit volgt $x + 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{4}x = 4\frac{3}{4}x = 95$, zodat $x = \frac{95}{4\frac{3}{4}} = \frac{380}{19} = 20$ en de lengte van het langste stuk is $2\frac{1}{4}\cdot 20 = 45$ meter.

14. B De helling van lijn AG is $\frac{FG}{AF} = \frac{8}{3+5+8} = \frac{1}{2}$, dus is $BC = 3\cdot\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ en $DE = (3+5)\cdot\frac{1}{2} = 4$. Dan is oppervlakte $\Delta ABC = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$ en oppervlakte $\Delta ADE = \frac{1}{2}\cdot(3+5)\cdot 4 = 16$. De oppervlakte van het grijze trapezium is daarom $16 - 2\frac{1}{4} = 13\frac{3}{4} = \frac{55}{4}$.



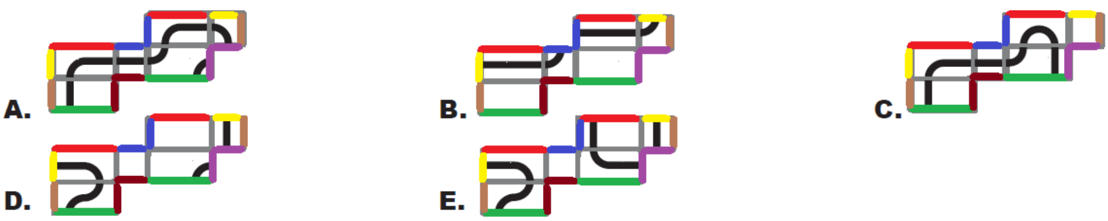
15. C De twee grijze cirkels hebben oppervlakte $\pi\cdot 3^2 = 9\pi$ en $\pi\cdot 4^2 = 16\pi$. De oppervlakte van de witte cirkel is $\pi\cdot 5^2 = 25\pi = 9\pi + 16\pi$, dus de twee grijze cirkels zijn samen even groot als de witte cirkel. De oppervlakte van het grijze gebied is daarom gelijk aan die van vijf kleinere vierkanten, dus aan $\frac{5}{9}\cdot 30^2 = 500$.

16. C Stel $AB = AC = BC = x$, dan is de omtrek van elk van de vier driehoeken gelijk aan $3x$. Nu is $AF = FC = \frac{1}{2}x$, dus moeten AE, EF, FD en DC allemaal de helft zijn van $3x - \frac{1}{2}x$, ofwel $1\frac{1}{4}x$, en $DE = \frac{1}{2}x$. De omtrek van vijfhoek ABCDE is dan $x + x + 1\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{4}x = 5x = \frac{5}{3}\cdot 3x$.

17. E De nieuwe toren ziet er van onderen af zo uit: $88 - 89 - 90 - 85 - 86 - 87 - 82 - 83 - 84 -$ enz., dus telkens een drietal gevolgd door een drietal eerder. We hebben daarom het drietal $40 - 41 - 42$ gevolgd door het drietal $37 - 38 - 39$. Tussen 40 en 39 komen dus vier blokken.

18. D Je kunt de trapwandeling van Xander opdelen in blokken van zes stappen. In ieder blok stapt Xander één keer met links en één keer met rechts op een zwarte treden. Omdat $2023 = 337\cdot 6 + 1$ stapt Xander 337 keer met zijn rechterbeen op een zwarte trede.

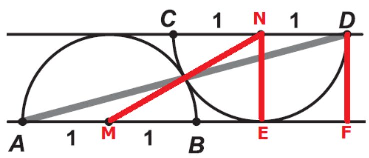
19. E In de figuur hieronder wordt met kleuren aangegeven welke ribben aan elkaar worden geplakt om een balk te krijgen. Je ziet nu direct dat E geen balk met een kronkellijn oplevert en alle andere wel.



20. D Machteloze getallen kunnen alleen de cijfers 2, 3, 5, 6 en 7 bevatten, want de andere cijfers zijn machten van een geheel getal met een exponent groter dan 1: $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $9 = 3^2$ en verder is bv. $0 = 0^2$ en $1 = 1^2$. Het kleinste machteloze getal is dus 22 (met delers 1, 2, 11 en 22), het grootste 77 (met delers 1, 7, 11 en 77). Alleen 11 is daarom een gemeenschappelijke deler.

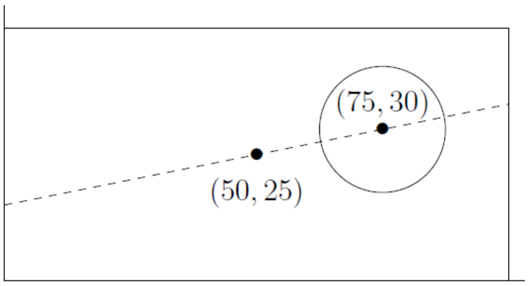
21. C Het gemiddelde van de eerste vijf priemgetallen is $\frac{2+3+5+7+11}{5} = \frac{28}{5}$, helaas niet geheel. Het eerstvolgende priemgetal 13 in plaats van 11 geeft wel een geheel gemiddelde: $\frac{2+3+5+7+13}{5} = 6$, het kleinst mogelijke antwoord.

22. D Twee keer de stelling van Pythagoras.
Allereerst $ME^2 = MN^2 - EN^2 = 2^2 - 1^2 = 3$, dus $ME = \sqrt{3}$, daarna $AD^2 = AF^2 + DF^2 = \left(1 + \sqrt{3} + 1\right)^2 + 1^2 = \left(2 + \sqrt{3}\right)^2 + 1 = 4 + 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 3 + 1 = 8 + 4\sqrt{3}$.

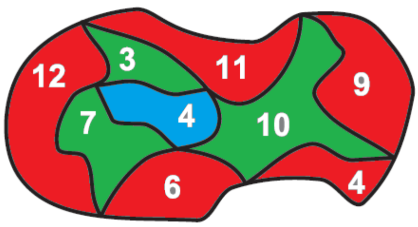


23. C De rij is $2, 0, 2, 3, 1, 4, 0, 2, 3, 1, 4, 0, \cdots$. Na de startwaarde 2 bestaat de rij uit de zich herhalende blokken van vijf getallen $0, 2, 3, 1, 4$. Het 2023^e getal is het 2022^e getal na de startwaarde en daarom gelijk aan het tweede getal van het blok, dus aan 2.

24. A Elke lijn door het middelpunt verdeelt de cirkel in twee delen met gelijke oppervlakte. Omdat de cirkel volledig binnen de rechthoek ligt zal de gevraagde lijn daarom ook de oorspronkelijke rechthoek in twee delen met gelijke oppervlakte verdelen. De lijn moet dan door het midden $(50{,}25)$ van de rechthoek gaan. De helling is daarom gelijk aan $\frac{30-25}{75-50} = \frac{1}{5}$



25. E De omtrek van het park is gelijk aan de omtrek van de rode gebieden. Je telt dan ook de omtrek van de groene gebieden, die moet je er daarom van aftrekken. Maar nu haal je ook de omtrek van het blauwe gebied er af, die moet er daarom weer bij: de omtrek van het park is $12 + 11 + 9 + 4 + 6 - 3 - 10 - 7 + 4 = 26$.



26. E Begin met het vakje tussen de 1 en de 6. Voor dit vakje zijn er drie mogelijkheden: 2, 5 of 8, dus een 3-voud $+\,2$. . Daarna kun je telkens één leeg vakje in drie vakjes naast elkaar invullen. Er zijn nog twee mogelijkheden (3 of 9) voor het eerste vakje, twee mogelijkheden voor het vijfde vakje (4 of 7) en twee mogelijkheden voor het zesde vakje (een van de twee overgebleven (3-vouden $+\,2$). Daarna is er voor de laatste drie vakjes steeds maar één mogelijkheid. De rest kan daarom worden ingevuld op $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 24$ manieren.

27. C De mobiel van Sila is halfvol geladen, deze is dus leeg na respectievelijk 16 uur bellen, 10 uur internetten of 40 uur niets doen. Als de treinreis t uur duurt, dan heeft Sila $\frac{1}{3} \cdot \frac{t}{16} = \frac{t}{48}$ deel van haar mobielvoorraad gebruikt met bellen, $\frac{1}{3} \cdot \frac{t}{10} = \frac{t}{30}$ met internetten en $\frac{1}{3} \cdot \frac{t}{40} = \frac{t}{120}$ met niets doen. Hiermee is de mobiel net leeg, dus $\frac{t}{48} + \frac{t}{30} + \frac{t}{120} = 1$, ofwel $\frac{15t}{240} = 1$ en dus $t = \frac{240}{15} = 16$.

28. C Als ABC staat voor het getal $100A + 10B + C$ (bv. $234 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4$), dan is de uitkomst van de berekening getal – som van de cijfers gelijk aan $100A + 10B + C - (A + B + C) = 99A + 9B$. Dit is een getal van drie gelijke cijfers dat deelbaar is door 9, dus 333 of 666. Maar dan moet $A = 3$ én $B = 4$ of $A = 6$ én $B = 8$. Er zijn daarom twintig getallen waarvoor dit mogelijk is: $340, 341, \cdots, 349$ en $680, 681, \cdots, 689$.

29. A De cijfers 0, 5 en 7 kunnen niet in een cirkel staan: elke cirkel staat in maximaal twee lijnen. De lijn(en) die zo'n cijfer niet bevat(ten) heeft sowieso een ander product dan de lijn(en) die dat cijfer wel bevat(ten). Als je de cijfers van de twee horizontale rijen met elkaar vermenigvuldigt, dan krijg je het kwadraat van het product van een rij. Het product van de zeven gebruikte cijfers is $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 = 2^7 \cdot 3^4$, dus moet in de cirkel met het vraagteken 2 of $2^3 = 8$ staan. Maar 8 kan niet: het product van de overige zes cijfers is dan $2^4 \cdot 3^4$, het product van een rij moet daarvan de wortel, dus $2^2 \cdot 3^2 = 36$ zijn en dat is geen veelvoud van 8. Dus staat in de cirkel met het vraagteken een 2.

30. D Als de eerste N van BANANA in het blauwe hokje staat en de tweede ook, dan zijn er voor de tweede en de derde A telkens twee mogelijkheden, dus $2 \cdot 2 = 4$ mogelijkheden voor BANANA.
Voor blauw-groen zijn er net zo $2 \cdot 4 = 8$ mogelijkheden.
Voor blauw-wit zijn er $1 \cdot 2 = 2$ mogelijkheden. Totaal zijn er daarom $4 + 8 + 2 = 14$ mogelijkheden als de eerste N in het blauwe hokje staat.
Als de eerste N in het gele hokje staat, zijn er op dezelfde manier ook 14 mogelijkheden.
Voor groen-groen vinden we $2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ mogelijkheden.
Voor groen-blauw vinden we $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ mogelijkheden, evenzo voor groen-geel en voor groen-wit.
Als de eerste N in het groene hokje staat, zijn er dus $32 + 8 + 8 + 8 = 56$ mogelijkheden.
Totaal kun je op $14 + 14 + 56 = 84$ manieren BANANA maken.